

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ – VRANCEA****7 februarie 2026****CLASA a VII-a****SUBIECTUL 1.**

Fie numerele $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$ și

$$y = (|3^{54} - 2^{90}| + 3^{2026} : 81^{493}) : (-4^{43}) + \sqrt{2025} + \sqrt{(8-5\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} + \sqrt{2^4}.$$

a) Arătați că numărul x este rațional.

b) Verificați dacă $3x$ și $\sqrt{y}$ sunt elemente ale mulțimii $A = \left\{ z \in \mathbb{Z} \mid \frac{3z+1}{2z-5} \in \mathbb{Z} \right\}$.

SUBIECTUL 2.

a) Arătați că numărul $N = \sqrt{1 + 2025 \cdot \left\lceil \frac{2026^2}{2025} \right\rceil}$, este natural. Am notat cu $[x]$, partea

întreagă a numărului x .

b) Aflați numărul rațional a , știind că numărul :

$$(a - 2026)\sqrt{2027 - 2\sqrt{2026}} + \sqrt{2027 + 2\sqrt{2026}} \text{ este rațional.}$$

SUBIECTUL 3.

Fie triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = x$, $0 < x < 90^\circ$ și punctele $D \in AB$, $E \in AC$ astfel ca $\sphericalangle DEC = 2x$. Bisectoarele unghiurilor BDE și DEC se intersectează în F .

a) Demonstrați că E este centrul cercului circumscris triunghiului ADF .

b) Determinați x astfel încât patrulaterul $ADFE$ să fie romb.

c)

SUBIECTUL 4.

Triunghiul ABC este dreptunghic în A și $\sphericalangle B = 60^\circ$. Pe latura BC considerăm punctele D și E astfel încât $\sphericalangle CAD = 10^\circ$, (AE este bisectoarea unghiului BAD și $AD = 12\text{cm}$). Determinați lungimea segmentului EC .

Gazeta Matematică Nr. 10/2025

NOTĂ:

- Timp de lucru 3 ore.
- Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

Prof. Dorneanu Angela – Colegiul Național „Emil Botta” Adjud
Prof. Pîslaru Sebastian – Colegiul Național „Emil Botta” Adjud